Equações hiperbólicas com dissipação não local nunca decaem rapidamente

Cintya A. Okawa[1]

Resumo: Em 1889, Balakrishnan e Taylor [1], inspirados pelo trabalho de Zhang [4], introduziram modelos relacionados ao estudo de fenômenos dissipativos (denominados dissipações não locais) em estruturas de aeronaves. O comportamento unidimensional desses modelos pode ser descrito pela seguinte equação diferencial ordinária:

$$x''(t) + \alpha x(t) + \beta D(x(t))x' = 0,$$

em que $x(t)$ representa o deslocamento de um ponto da estrutura da aeronave no instante t, e α e β são constantes positivas. Esse modelo tem atraído a atenção de pesquisadores em todo o mundo, especialmente quando o termo de amortecimento é definido como $D(x(t))x'(t)$, devido ao decaimento lento associado a esse tipo de amortecimento.
A terminologia de dissipação não local foi introduzida por Lange e Perla Menzala em [2] para a equação da placa. Ao contrário da dissipação localizada que permanece a mesma ao longo do tempo, a dissipação não local $D(x(t))x'(t)$ pode variar ao longo do tempo e até mesmo degenerar dependendo da hipótese feita sobre a função $D(x(t)) \geq 0$.
Nesta palestra consideraremos a seguinte equação hiperbólica com dissipação não local:

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u + \|u_t\|^2_{L^2(\Omega)} u_t = 0, \ \ \forall \ (x,t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+, \\ u = 0, \ \ \forall \ (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+, \\ u(x,0) = u_0(x), \ \ u_t(x,0) = u_1(x), \ \ \forall \ x \in \Omega, \end{cases}$$

em que Ω é um domínio limitado de $\mathbb{R}^N$, $N \geq 1$, com fronteira $\partial\Omega$ suave. Embora a energia associada a este problema seja dissipativa e atue globalmente no sistema, mostraremos que ela não decai rapidamente a zero. Isso ocorre porque a função que dirige a dissipação friccional perde intensidade progressivamente à medida que o tempo tende ao infinito. Para determinar a taxa precisa desse decaimento, recorreremos ao método desenvolvido por Nakao [3].

Referências

[1] A. Balakrishnan and L. Taylor, *Distributed parameter nonlinear damping models for flight structures*, *Proceedings damping*, vol. 89 (1989), p. 1.

[2] H. Lange and G. Perla Menzala, '*Rates of decay of a nonlocal beam equation*, *Diff. Integral Equations*, 10 (1997), 1075-1092.

[3] M. Nakao, *Convergence of solutions of the wave equation with a nonlinear dissipative term to the steady state*, Mem. Fac. Sci. Kyushu Univ. Ser. A, 30 (1976), pp. 257-265.

[4] W. Zhang, *Nonlinear damping model: Response to random excitation*, in 5th Annual NASA Spacecraft Control Laboratory Experiment (SCOLE) Workshop (1988), pp. 27-38.

[1] cintyaokawa@gmail.com (Universidade Estadual de Maringá, Paraná, Brasil)
Trabalho desenvolvido em parceria com Marcelo M. Cavalcanti (Universidade Estadual de Maringá, Paraná, Brasil), Valéria N. Domingos Cavalcanti (Universidade Estadual de Maringá, Paraná, Brasil), Fang Li (School of Mathematics and Statistics, Xidian University, Xi'an, China) e Bo You (School of Mathematics and Statistics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, China)